

## FUNCTIA INJECTIVA

**DEFINITIE.** O functie  $f: A \rightarrow B$  se numeste **functie injectiva** (sau simplu **injectie**) daca orice element din  $B$  este imaginea prin  $f$  a cel mult unui element din  $A$ , ceea ce-I echivalent cu faptul ca pentru orice  $y \in B$  ecuatia  $f(x) = y$  are cel mult o solutie  $x \in A$ .

Altfel spus, functia  $f$  este injective daca si numai daca doua elemente diferite oarecare din  $A$  au imagini diferite in  $B$  prin  $f$ , adica

$$f \text{ este injectiva} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \forall x_1, x_2 \in A \\ x_1 \neq x_2 \end{array} \right\} \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

$$f: A \rightarrow B \text{ este injectiva} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \forall x_1, x_2 \in A \\ f(x_1) = f(x_2) \end{array} \right. \Rightarrow x_1 = x_2$$

Aceasta ultima echivalenta va fi utilizata pentru a proba ca o functie este injective.

Pe diagrama cu sageti o functie este injective daca in fiecare element al codomeniului ajunge cel mult o sageata.

Utilizand graficul unei functii, se poate stabili daca functia este injective ducand prin fiecare punct al codomeniului o paralela la axa  $Ox$ . Daca aceasta taie graficul in cel mult un punct, functia este injective.

Pentru a arata ca o functie  $f: A \rightarrow B$  nu este injective este sufficient sa aratam ca exista doua elemente  $x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2$  pntru care  $f(x_1) = f(x_2)$ .

**OBSERVAȚIE.**  $f$  este injectiva  $\Leftrightarrow f(X - Y) = f(X) - f(Y), \forall X, Y \subseteq A$

**EXEMPLU.** Să se arate că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$  este injectivă. Fie  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  pentru care  $f(x_1) = f(x_2)$ . Avem achivalența  $3x_1 = 3x_2$ , deci  $x_1 = x_2$ , de unde rezultă că  $f$  este injectivă.

## FUNCTIA SURJECTIVA

**DEFINITIE.** O functie  $f: A \rightarrow B$  se numeste **functie surjectiva** (sau simplu **surjectie**), daca orice element din  $B$  este imaginea prin  $f$  a cel putin unui element din  $A$ , ceea ce-I echivalent cu faptul ca pentru orice  $y \in b$  ecuatia  $f(x) = y$  are cel putin o solutie  $x \in A$ .

Altfel spus, functia  $f$  este surjectiva  $\Leftrightarrow \forall y \in B, \exists x \in A$  astfel incat  $f(x) = y$ .

$f: A \rightarrow B$  este surjectiva  $\Leftrightarrow f(A) = B$ , adica  $\text{Im } f = B$ .

Pe diagrama cu sageti o functie este surjectiva daca la fiecare element din B ajunge cel putin o sageata.

Graficul unei functii poate preciza daca functia este surjectiva. Daca orice paralela la Ox dusa printr-un punct al codomeniului taie graficul in cel putin un punct.

O functie  $f: A \rightarrow B$  **nu este surjectiva** daca exista  $y \in B$  astfel incat  $\forall x \in A, f(x) \neq y$ .

**EXEMPLU.** Functia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$  este surjectivă, deoarece  $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}$  a.î.  $f(x) = y \Leftrightarrow 3x = y \Leftrightarrow x = y/3$ .

### FUNCTIA BIJECTIVA

**DEFINITIE.** O functie  $f: A \rightarrow B$  se numeste **functie bijectiva** (sau simplu **biectie**), daca este atat injective cat si surjectiva.

Altfel spus functia  $f: A \rightarrow B$  este **functie bijectiva**  $\Leftrightarrow \forall y \in B, \exists! x \in A$  astfel incat  $f(x) = y$ . Simbolul  $\exists!$  Inseamna "exista si este unic".

Pe diagrama cu sageti o functie este bijectiva daca in fiecare element al codomeniului ajunge exact o sageata. Se mai spune despre functia bijectiva ca este o corespondenta "one to one" ("unu la unu").

O functie numerica data prin graficul sau este bijectiva daca orice paralela la ax Ox dusa printr-un punct al codomeniului taie graficul in exact un punct.

**EXEMPLU.** Functia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$  este bijectiva.

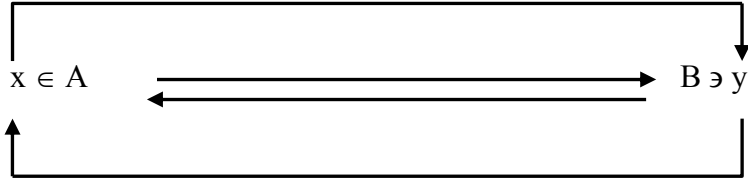
### INVERSABILITATE FUNCTIA INVERSA

Daca  $f: A \rightarrow B$  este bijectiva, atunci pentru orice element  $y \in B$  exista exact un element  $x$  din  $A$  astfel incat  $f(x) = y$ , ceea ce inseamna ca  $x = f^{-1}(y)$  (adica preimaginea elementului  $y$  este elementul  $x$ ).

**DEFINITIE.** Fie  $f: A \rightarrow B$  o functie bijectiva. Se numeste **functie inversa** a functiei  $f$ , functia  $g: B \rightarrow A$ , care asociaza fiecarui element  $y$  din  $B$  elementul unic  $x$  din  $A$  astfel incat  $f(x) = y$ .

**NOTAȚIE.** Pentru functia  $g$  utilizam notatia  $f^{-1}$  (citim "f la minus unu"). O functie  $f$  care are inversa se spune ca este **inversabila**. Functia  $f$  se numeste **functie directa**, iar  $f^{-1}$  **functie inversa** (a lui  $f$ ).

- OBSERVAȚII.** 1) Sa remarcam ca functia  $f^{-1}: B \rightarrow A$  exista daca  $f: A \rightarrow B$  este bijectiva.  
 2) Functia  $f^{-1}$  are ca domeniu de definitie codomeniul functiei directe, iar drept codomeniu, domeniul de definitie al functiei directe.  
 3) Daca  $f$  este bijectiva, atunci  $f^{-1}$  este bijectiva si avem  $(f^{-1})^{-1} = f$ .  
 4) Pentru a construi diagrama cu sageti a lui  $f^{-1}$ , schimbam sensul sagetilor de pe diagrama cu sageti a lui  $f$ . (Se spune ca  $f^{-1}$  actioneaza "invers" decat  $f$ .) Schema de "functionare" a lui  $f$  si  $f^{-1}$  este redata mai jos.



- 5) Nu conteaza cum se noteaza argumentul lui  $f^{-1}$ . De aceea, vom prefera pe  $x$  in locul lui  $y$ .

## FUNCȚIA PUTERE CU EXPONENT NATURAL.

**DEFINIȚIE.** Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*$  se numește **funcția putere de exponent  $n$**

### PROPRIETĂȚI.

FUNCȚIA	MONOTONIA	TABEL DE VARIETIE	PARITATE	BIJECTIVĂ	SIMETRIA GRAFICULUI								
$f(x) = x^{2k}, k \in \mathbb{N}^*$	strict descrescătoare pe $(-\infty, 0)$ strict crescătoare pe $[0, \infty)$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$\infty$	f(x)	$\infty$	0	$\infty$	pară $f(-x) = f(x)$	nu	față de Oy
x	$-\infty$	0	$\infty$										
f(x)	$\infty$	0	$\infty$										
$f(x) = x^{2k+1}, k \in \mathbb{N}^*$	strict crescătoare	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$\infty$	f(x)	$\infty$	0	$\infty$	impară $f(-x) = -f(x)$	da	față de O
x	$-\infty$	0	$\infty$										
f(x)	$\infty$	0	$\infty$										

### FUNCȚIA RADICAL.

**DEFINIȚIE.** Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = {}^{2n+1}\sqrt{x}, n \in \mathbb{N}^*$ , se numește **funcția radical de ordin impar**. Funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = {}^{2n}\sqrt{x}, n \in \mathbb{N}^*$ , se numește **funcția radical de ordin par**.

### PROPRIETĂȚI.

FUNCȚIA	MONOTONIA	TABEL DE VARIETIE	PARITATE	BIJECTIVĂ	SIMETRIA GRAFICULUI						
$f(x) = {}^{2n}\sqrt{x}, n \in \mathbb{N}^*$	strict crescătoare	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> </table>	x	0	$\infty$	f(x)	0	$\infty$	nu	da	nu
x	0	$\infty$									
f(x)	0	$\infty$									
$f(x) = {}^{2n+1}\sqrt{x}, n \in \mathbb{N}^*$	strict crescătoare	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>\infty</math></td> <td><math>\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\infty$	f(x)	$\infty$	$\infty$	impară	da	față de O
x	$-\infty$	$\infty$									
f(x)	$\infty$	$\infty$									

**DEFINIȚIE.** Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  se numește **funcția modul**.

### PROPRIETĂȚI.

MONOTONIA	TABEL DE VARIETIE	PARITATE	BIJECTIVĂ	SIMETRIA GRAFICULUI								
strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ strict crescătoare pe $[0, \infty)$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td><math>\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$\infty$	f(x)	$\infty$	0	$\infty$	pară	nu	față de Oy
x	$-\infty$	0	$\infty$									
f(x)	$\infty$	0	$\infty$									

## FUNCȚIA EXPONENȚIALĂ.

**DEFINIȚIE.** Fie  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . Funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = a^x$ , se numește **funcția exponențială de bază a**.

**OBSERVAȚII.** 1. Baza  $a$  este diferită de 1 pentru că în caz contrar  $f(x) = 1^x = 1$  este considerată constantă și nu este considerată ca o funcție exponențială.

2. A nu se confunda funcția exponențială  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  cu funcția  $g(x) = x^a$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .

Pentru prima funcție  $a$  este baza puterii  $a^x$  care este constantă, în timp ce pentru a doua funcție  $a$  este exponentul puterii  $x^a$  care este constant.

### GRAFICUL FUNCȚIEI EXPONENȚIALE.

Graficul funcției exponențiale se trasează în două cazuri:

1. Baza  $a \in (0, 1)$  (spunem că **baza este subunitară**). În acest caz graficul funcției este situat deasupra axei  $Ox$  și intersectează axa  $Oy$  în  $(0, 1)$ . Graficul funcției exponențiale cu bază subunitară este din ce în ce mai apropiat de axele coordonate, cu cât baza este mai mică.
2. Baza  $a > 1$  (spunem că **baza este supraunitară**). În acest caz graficul funcției este situat deasupra axei  $Ox$  și intersectează axa  $Oy$  în  $(0, 1)$ . Graficul funcției exponențiale cu bază supraunitară este din ce în ce mai apropiat de axele coordonate, cu cât baza este mai mare.

### PROPRIETĂȚI ALE FUNCȚIEI EXPONENȚIALE.

1) Funcția exponențială face să-i corespundă sumei a două numere reale produsul valorilor corespunzătoare ale funcției, adică:  $f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2)$ ,  $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ .

**OBSERVAȚII.**  $f(x_1 - x_2) = f(x_1) / f(x_2)$ ;  $f(cx_1) = (f(x_1))^c$

2) Funcția exponențială este **bijectivă** și deci **inversabilă**.

### 3) MONOTONIA FUNCȚIEI EXPONENȚIALE.

Dacă  $a > 0$ , atunci  $f(x) = a^x$  este **strict crescătoare**;

$0 < a < 1$ , atunci  $f(x) = a^x$  este **strict descrescătoare**.

**OBSERVAȚIE.** Pentru  $a > 1$ ,  $a^{x^1} < a^{x^2} \Leftrightarrow x^1 < x^2$ ; Pentru  $0 < a < 1$ ,  $a^{x^1} < a^{x^2} \Leftrightarrow x^1 > x^2$ .

### SEMNULE FUNCȚIEI EXPONENȚIALE.

$\forall a \in (0, \infty) / \{1\}$ , atunci  $f(x) = a^x > 0$ ;

$\forall a \in (0, 1)$  și  $x \in (-\infty, 0)$ , atunci  $f(x) = a^x \in (1, \infty)$

$x \in (0, \infty)$ , atunci  $f(x) = a^x \in (0, 1)$

$\forall a > 1$  și  $x \in (-\infty, 0)$ , atunci  $f(x) = a^x \in (0, 1)$

$x \in (0, \infty)$ , atunci  $f(x) = a^x \in (1, \infty)$

**DEFINIȚIA LOGARITMULUI UNUI NUMĂR POZITIV.** Fie  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  și  $x > 0$ . Se numește **logaritmul numărului  $x$  în baza  $a$** , și se notează  $\log_a x$ , numărul real  $y$  definit prin:  
 $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$ .

- OBSERVAȚII.** 1. Nu se poate defini logaritmul unui număr real negativ  $x$ , deoarece  $a^y > 0, \forall y \in \mathbb{R}$ .
2.  $a^{\log_a x} = x$  (identitatea logaritmică fundamentală.)

**DEFINIȚIE.** Fie  $a > 0, a \neq 1$ . Funcția  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definită prin  $g(x) = \log_a x$  se numește **funcția logaritmică de bază  $a$** .

### GRAFICUL FUNCȚIEI LOGARITMICE.

Graficul funcției logaritmice se trasează în două cazuri:

1. Baza  $a \in (0, 1)$  (spunem că **baza este subunitară**). În acest caz graficul funcției intersectează axa  $Ox$  în punctele de coordonate  $(0, 1)$ , care este simetricul, în raport cu prima bisectoare, punctului  $(0, 1)$  în care graficul funcției exponențiale intersectează axa  $Oy$ . Graficul funcției logaritmice cu bază subunitară este din ce în ce mai apropiat de axele coordonate, cu cât baza este mai mică.
2. Baza  $a > 1$  (spunem că **baza este supraunitară**). În acest caz graficul funcției intersectează axa  $Ox$  în punctele de coordonate  $(0, 1)$ , care este simetricul, în raport cu prima bisectoare, punctului  $(0, 1)$  în care graficul funcției exponențiale intersectează axa  $Oy$ .

### PROPRIETĂȚI ALE FUNCȚIEI LOGARITMICE.

1) Funcția logaritmică face să-I corespundă produsului a două numere reale pozitive suma valorilor corespunzătoare ale funcției, adică:  **$g(x_1 x_2) = g(x_1) + g(x_2), \forall x_1, x_2 > 0$** .

**OBSERVAȚII.**  $g(x_1 / x_2) = g(x_1) - g(x_2), \forall x_1, x_2 > 0; f(x_1^\alpha) = \alpha f(x_1), \forall x_1 > 0$ .

**OBSERVAȚIE!**  **$\log_a 1 = 0$** . Logaritmul lui 1 în orice bază este egal cu 0.

2) Funcția logaritmică este **inversa funcției exponențiale**.

**OBSERVAȚIE.** Din faptul că  $g$  este bijectivă avem echivalența:  $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$ .

### MONOTONIA FUNCȚIEI LOGARITMICE.

Dacă  $a > 1$ , atunci  $g(x) = \log_a x$  este **strict crescătoare**.

$0 < a < 1$ , atunci  $g(x) = \log_a x$  este **strict descrescătoare**.

**OBSERVAȚIE.** Pentru  $a > 1, \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$

Pentru  $0 < a < 1, \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$ .

## FUNCȚIILE TRIGONOMETRICE DIRECTE.

### FUNCȚIE PERIODICĂ

**DEFINIȚIE.** O funcție  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  se numește **periodică** dacă există un număr real  $T$  a.î.

$$f(x + T) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Numărul  $T \neq 0$  se numește **perioadă a funcției  $f$** .

Dacă printre numerele nenule pozitive  $T$  există un cel mai mic număr pozitiv  $T^*$ , atunci acesta se va numi **perioada principală a funcției  $f$** .

**EXEMPLU.** Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Z} \\ 0, & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \end{cases}$  este periodică, de perioadă principală  $T^* = 1$

### FUNȚIILE SINUS ȘI COSINUS.

**DEFINIȚIE.** Cosinusul lui  $\alpha$  (notat  $\cos \alpha$ ) este abscisa punctului  $M_\alpha$ , adică  $\cos \alpha = x_\alpha$ .

#### OBSERVAȚII.

$\cos 0 = 1, \sin 0 = 0 ; \cos \pi/2 = 0, \sin \pi/2 = 1 ; \cos \pi = -1, \sin \pi = 0 ; \cos 3\pi/2 = 0, \sin 3\pi/2 = -1$

### PROPRIETĂȚI ALE FUNȚIILOR SINUS ȘI COSINUS.

**P1:**  $-1 \leq \sin \alpha \leq 1, -1 \leq \cos \alpha \leq 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ .

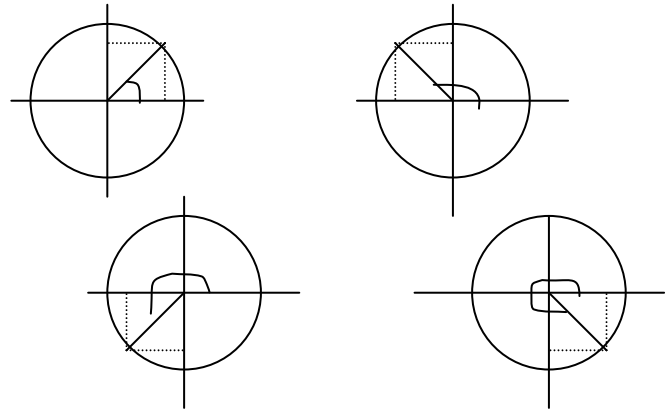
**P2: Formula fundamentală a trigonometriei:**  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ .

**P3: Periodicitatea funcțiilor sin și cos:**  $\sin(\alpha + 2k\pi) = \sin \alpha, \cos(\alpha + 2k\pi) = \cos \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}$  (Funcțiile sin și cos au perioada principală  $T^* = 2\pi$ ).

**P4: Paritatea funcțiilor sin și cos:** Funcția sinus este impară, adică  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}$   
Funcția cosinus este pară, adică  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ .

**P5: Semnul funcțiilor sin și cos:**

Funcția	sin	cos
Cadranul		
I	+	+
II	+	-
III	-	-
IV	-	+



**P6: Monotonia funcțiilor sinus și cosinus:**

Funcția sinus este **strict crescătoare** pe intervalele  $[0, \pi/2], [3\pi/2, 2\pi]$  și **strict descrescătoare** pe intervalul  $(\pi/2, 3\pi/2)$ . Vom marca acest fapt prin tabelul:

Funcția cosinus este **strict descrescătoare** pe intervalul  $[0, \pi]$  și este **strict crescătoare** pe intervalul  $[\pi, 2\pi]$ . Vom marca monotonia acestei funcții prin tabelul:

## FUNCȚIA TANGENTĂ ȘI COTANGENTĂ.

**DEFINIȚIE.** Tangenta lui  $\alpha \in \mathbb{R} - \{(2k + 1)\pi/2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (notată  $\text{tg } \alpha$ ) este egală cu raportul dintre  $\sin \alpha$  și  $\cos \alpha$ , adică:  **$\text{tg } \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ .**

Cotangenta lui  $\alpha \in \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (notată  $\text{ctg } \alpha$ ) este egală cu raportul dintre  $\cos \alpha$  și  $\sin \alpha$ , adică:  **$\text{ctg } \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$ .**

## PROPRIETĂȚI ALE FUNCȚIILOR TANGENTĂ ȘI COTANGENTĂ.

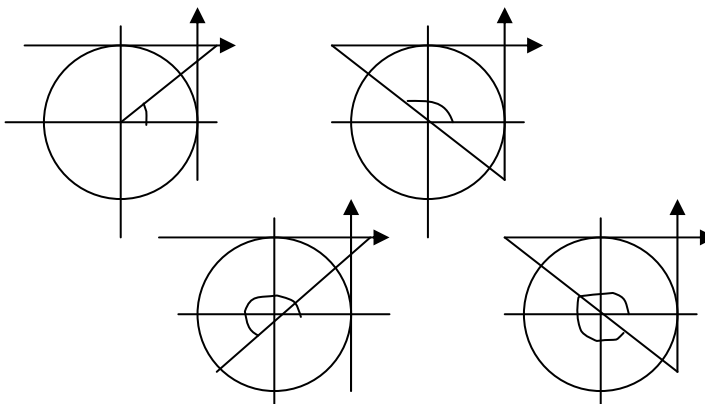
**P1: Periodicitatea funcțiilor tg și ctg:**  $\text{tg}(\alpha + k\pi) = \text{tg } \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R} - \{(2l + 1)\pi/2 \mid l \in \mathbb{Z}\},$   
 $\text{ctg}(\alpha + k\pi) = \text{ctg } \alpha, \forall \alpha \in \mathbb{R} - \{l\pi \mid l \in \mathbb{Z}\}$   
 (Funcția tg și ctg au periodicitatea principală  $T^* = \pi$ )

**P2: Paritatea funcțiilor tg și ctg:**

Funcțiile tg și ctg sunt impare, adică:  $\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg } \alpha, \forall \alpha \neq (2k + 1)\pi/2, k \in \mathbb{Z};$   
 $\text{ctg}(-\alpha) = -\text{ctg } \alpha, \forall \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**P3: Semnul funcției tg și ctg:**

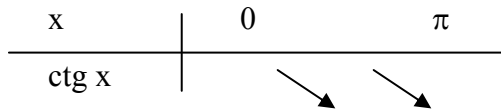
Funcția	tg	ctg
Cadranul		
I	+	+
II	-	-
III	+	+
IV	-	-



**P4: Monotonia funcțiilor tg și ctg:** Funcția tangentă este **strict crescătoare** pe  $(-\pi/2, \pi/2)$  și marcăm aceasta în tabelul:



Funcția cotangentă este **strict descrescătoare** pe  $(0, \pi)$  și vom indica aceasta prin tabelul:



## FUNȚII TRIGONOMETRICE INVERSE.

### FUNȚIA ARCSIN.

**NOTAȚIE.**  $g: [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$ ,  $g(x) = \arcsin x$ . (arcsin este inversa funcției sin)

### PROPRIETĂȚI.

1. Funcția arcsin ia cea mai mică valoare  $-\pi/2$  pentru  $x = -1$  ( $\arcsin(-1) = -\pi/2$ ).
2. Funcția arcsin ia cea mai mare valoare  $\pi/2$  pentru  $x = 1$  ( $\arcsin 1 = \pi/2$ ).
3. Funcția arcsin nu este periodică.
4. Funcția arcsin este impară.  $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
5. Monotonia funcției arcsin. Deoarece funcția directă  $f: [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \sin x$  este strict crescătoare rezultă că și funcția inversă este la fel.
6. Semnul funcției arcsin. Dacă  $x \in [-1, 0]$ , atunci  $\arcsin x \leq 0$ , iar pentru  $x \in [0, 1]$ ,  $\arcsin x \geq 0$ .

### FUNȚIA ARCCOS.

**NOTAȚIE.**  $g: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ ,  $g(x) = \arccos x$ . (arccos este inversa funcției cos)

### PROPRIETĂȚI.

1. Funcția arccos ia cea mai mică valoare 0 pentru  $x = 1$ , deoarece  $\arccos 1 = 0$ .
2. Funcția arccos ia cea mai mare valoare  $\pi$  pentru  $x = -1$ .
3. Funcția arccos nu este periodică.
4. Funcția arccos nu este nici pară, nici impară. Are loc relația:  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$ ,  $\forall x \in [-1, 1]$
5. Monotonia funcției arccos. Cum funcția directă  $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \cos x$  este strict descrescătoare pe  $[0, \pi]$  rezultă că și inversa  $g$  are aceeași proprietate pe  $[-1, 1]$ .
6. Semnul funcției arccos. Dacă  $x \in [-1, 1]$ ,

### FUNȚIA ARCTG.

**NOTAȚIE.**  $g: \mathbb{R} \rightarrow (-\pi/2, \pi/2)$ ,  $g(x) = \operatorname{arctg} x$  (arctg este inversa funcției tg)

### PROPRIETĂȚI.

1. Funcția arctg este mărginită, dar nu ia cea mai mică sau cea mai mare valoare.
2. Funcția arctg este impară, deoarece  $\text{arctg}(-x) = -\text{arctg } x, \forall x \in \mathbb{R}$ .
3. Funcția arctg nu este periodică.
4. Monotonia funcției arctg. Funcția este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$
5. Semnul funcției arctg. Dacă  $x \leq 0$ , atunci  $\text{arctg } x \leq 0$ , iar dacă  $x > 0$ , avem  $\text{arctg } x > 0$ .

### FUNCȚIA ARCCTG.

**NOTAȚIE.**  $g: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ ,  $g(x) = \text{arcctg } x$ . (arcctg este inversa funcției ctg)

### PROPRIETĂȚI.

1. Funcția arcctg este mărginită, dar nu ia cea mai mică sau cea mai mare valoare.
2. Funcția arcctg nu este nici pară nici impară.  
Mai precis:  $\text{Arcctg}(-x) = \pi - \text{arcctg } x, \forall x \in \mathbb{R}$
3. Funcția arcctg nu este periodică.
4. Monotonia funcției arcctg.  
Funcția are aceeași monotonie ca și funcția directă. Deci este strict descrescătoare.

### ECUAȚIILE TRIGONOMETRICE FUNDAMENTALE

1.  $\sin x = a$ , admite soluții  $\Leftrightarrow a \in [-1; 1]$  și soluția va fi  $x = (-1)^k \arcsin a + k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$ .
2.  $\cos x = a$ , admite soluții  $\Leftrightarrow a \in [-1; 1]$  și soluția va fi  $x = \pm \arccos a + 2k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$ .
3.  $\text{tg } x = a$ , admite soluții  $\forall a \in \mathbb{R}$  și soluția va fi  $x = \text{arctg } a + k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$ .
4.  $\text{ctg } x = a$ , admite soluții  $\forall a \in \mathbb{R}$  și soluția va fi  $x = \text{arcctg } a + k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$ .

**BIBLIOGRAFIE: MANUAL CLASA a X-a M1 trunchi comun .Editie 2008-2009  
orice editura sau autor.**